



DISKRETNNA OPTIMIZACIJA PLANOV GRADBENIH PROJEKTOV POD OMEJENIMI STROŠKI Z MEŠANIM CELOŠTEVILSKIM NELINEARNIM PROGRAMIRANJEM

DISCRETE OPTIMIZATION OF CONSTRUCTION PROJECT SCHEDULES UNDER CONSTRAINED COSTS BY MIXED-INTEGER NONLINEAR PROGRAMMING

Povzetek

Članek predstavlja diskretno optimizacijo planov gradbenih projektov pod omejenimi stroški z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Model MINLP obsega stroškovno namensko funkcijo, ki jo je treba minimizirati, in pogoje (ne)enačbe posplošenih časovnih povezav, trajanja projekta, logičnih odnosov ter omejenih stroškov. Predlagani model dovoljuje vnos raznovrstnih nelinearnih izrazov, kakor tudi zagotavlja eksaktne optimalne planske podatke za vodenje gradbenega projekta v obliki gantograma, histograma in S-krivulje skupnih stroškov. Uporabnik lahko s podanim modelom izvede optimalno planiranje aktivnosti sočasno z (ne)linearno omejenimi skupnimi stroški projekta za vsako diskretno enoto delovnega časa. Hkrati se je možno spoprijeti s časovno odvisnimi omejitvami na posamičnih in kumulativnih vrednostih skupnih stroškov projekta. V članku je podan primer uporabe z namenom prikaza prednosti predlaganega modela.

Ključne besede: planiranje, gradbeni projekti, diskretna optimizacija, omejeni stroški, mešano celoštevilsko nelinearno programiranje

Summary

This article presents the discrete optimization of construction project schedules under constrained costs by mixed-integer nonlinear programming (MINLP). The MINLP model comprises a cost objective function to be minimized and conditional (in)equalities of generalized precedence relations, project duration, logical relationships and constrained costs. The proposed model allows the input of various nonlinear expressions and provides exact optimal scheduling data for managing a construction project in the form of a Gantt chart, a histogram and a S-curve of the total costs. With the given model, the user can carry out optimal scheduling of activities while (non)linearly constraining total project costs for each discrete unit of working time. Concurrently, it is possible to cope with time-dependent constraints on both the incremental and cumulative values of the total project costs. The article provides an application example in order to show the advantages of the proposed model.

Key words: scheduling, construction projects, discrete optimization, constrained costs, mixed-integer nonlinear programming

1 UVOD

Optimalno planiranje aktivnosti in časovna porazdelitev skupnih stroškov predstavljata pomembna izziva za menedžment gradbenih projektov. Prekoračitve stroškov in rokov so težave, ki nastopajo v praksi in vplivajo na uspešnost projektov. Tako se stroškovno učinkovito planiranje, ki temelji na usklajenih planih in stroškovnikih, pogosto izkaže kot pomemben pogoj za doseganje likvidnosti ter donosnosti gradbenega projekta. Znano dejstvo, ki ga treba upoštevati med operativnim planiranjem, da bi lahko dosegli uspešen zaključek projekta, je, da različno trajanje projekta običajno pomeni tudi različne skupne stroške projekta. Vendar kakor hitro se postavi zahteva, da se časovna porazdelitev skupnih stroškov projekta mora doseči pod uvedenimi omejitvami, medtem ko obstajajo različne variante za trajanje aktivnosti, stroškovno optimalno planiranje projekta postane precej zahtevna naloga.

V zgodnjih raziskavah stroškovno optimalnega planiranja projektov so razmerja med časom in stroški bila predpostavljena kot linearna [Fulkerson, 1961], kar je seveda omogočalo eksaktno reševanje optimizacijskih problemov s pomočjo metod linearnega programiranja (LP), ki so takrat bile na razpolago. Vseeno so že prve študije na tem področju pokazale, da so dejanski odnosi med časom in stroški pri projektih v praksi le redko linearni. Da bi pri optimizaciji planov projektov zajeli nelinearno naravo zveze med časom in stroški, so pozneje bili predlagani modeli nelinearnega programiranja (NLP), glej npr. [Klanšek, 2010]. Kljub dokazani uporabnosti optimizacijskih metod LP in NLP je tukaj vendarle treba izpostaviti dejstvo, da so plani gradbenih projektov v praksi najpogosteje določeni v diskretnih časovnih enotah, npr. v delovnih dnevih, ki jih omejene metode lahko naslovijo le s postopkom zaokroževanja zveznih rešitev.

Ker LP in NLP omogočata le zvezno optimizacijo, so bili razviti modeli mešanega celoštevilskega linearnega programiranja (MILP), s katerimi je možno diskretne odločitvene spremenljivke problemov planiranja projektov obravnavati s pomočjo eksaktnih metod na ekspliciten način [Manesi, 2013]. Raziskovalna prizadevanja na tem področju so prispevala široko paleto raznovrstnih tehnik eksaktne optimizacije ([De, 1995], [Demeulemeester, 1998], [Hazir, 2010], [Moussourakis, 2004], [Vanhoecke, 2005]). Pri tem so bili nelinearni izrazi v optimizacijskih modelih, razvitih za diskretne probleme planiranja projektov, pogosto aproksimirani z diskretiziranimi, linearnimi ali kosoma linearnimi funkcijami, saj algoritmi MILP lahko obravnavajo samo takšne odnose med spremenljivkami.

Da se preseže potreba po diskretiziranih, linearnih ali kosoma linearnih izrazih in zagotovi eksaktna diskretna optimizacija planov gradbenih projektov, ki se izvaja pri nelinearnih razmerjih med časom in stroški, sta Klanšek in Pšunder [Klanšek, 2012] predlagala pristop mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP). Predstavljeni optimizacijski model MINLP je eksplicitno obravnaval diskretne spremenljivke in ni zahteval zaokroževanja zvezne rešitve v celoštevilsko rešitev. Nekoliko pozneje sta pomembni prispevek na tem področju podala Al Haj in El-Sayegh [Al Haj, 2015], ki sta predstavila model MINLP, ki je bil razvit za stroškovno optimizacijo planov projektov ob upoštevanju vpliva izgub z naslova časovnih rezerv. Nadaljnje raziskave so pokazale, da je z modeli MINLP možno izvajati diskretno optimizacijo planov tudi ob nekonveksnem

obnašanju skupnih stroškov projekta glede na njegovo trajanje [Cajzek, 2018] in da se takšni modeli prav tako lahko povežejo s komercialnimi orodji za upravljanje projektov v enovite sisteme za optimalno operativno planiranje [Dasović, 2021].

Čeprav časovna porazdelitev omejenih skupnih stroškov projekta v navedenih delih ni bila obravnavana, so modeli MINLP izkazali napredne zmogljivosti in potencial za nadaljnji razvoj. Vsekakor je treba omeniti, da je porazdelitev skupnih stroškov v literaturi izpostavljena kot pomembna sestavina planiranja projektov [Cheng, 2011]. Zato je bila motivacija za pričujoče delo zagotoviti orodje za eksaktno MINLP-optimizacijo planov gradbenih projektov, ki jo je mogoče izvesti skupaj s sprejemljivo časovno porazdelitvijo minimalnih skupnih stroškov. Članek tako predstavlja model za diskretno optimizacijo planov gradbenih projektov pod omejenimi stroški z MINLP. Model MINLP obsega stroškovno namensko funkcijo, ki jo je treba minimizirati, in pogoje (ne)enačbe posplošenih časovnih povezav, trajanja projekta, logičnih odnosov ter omejenih stroškov. V članku je podan primer uporabe z namenom prikaza prednosti predlaganega modela.

2 OBSTOJEČI DEL FORMULACIJE OPTIMIZACIJSKEGA MODELA

V prejšnjem članku [Cajzek, 2018] je bila podrobno podana formulacija modela MINLP za stroškovno optimalno terminsko planiranje gradbenih projektov. Navedena formulacija je v celoti zajeta v optimizacijskem modelu MINLP, ki je predlagan v pričujočem članku, in predstavlja njegov že obstoječi sestavni del. Cilj optimizacije tako ostaja nespremenjen, tj. planiranje gradbenega projekta pri minimalnih skupnih stroških. Pri tem lahko spomnimo, da je pred optimizacijo treba v obstoječem delu formulacije modela opredeliti naslednje parametre: (i) rok za dokončanje projekta; (ii) pogodbeno nagrado in kazni; (iii) indirektno stroške projekta; (iv) alternative za trajanja in direktne stroške aktivnosti; (v) časovne povezave med aktivnostmi; (vi) zgornje in spodnje meje za pričetke in trajanja aktivnosti, trajanje projekta, zamudo in časovni prihranek ob zaključku projekta. Z optimizacijo se potem določijo vrednosti spremenljivk (kot so pričetki in trajanja aktivnosti, trajanje projekta, zamuda ali časovni prihranek ob zaključku projekta idr.), ki služijo planiranju gradbenega projekta pri minimalnih skupnih stroških. V izogibitev nepotrebnemu ponavljanju bo omenjeni del formulacije tukaj le na kratko povzet ob citiranju številnih enačb, bralec pa lahko podrobnosti matematičnih izrazov in njihovega delovanja v optimizacijskem modelu poišče v prej navedeni referenci. Uporabljeni simboli, npr. za indekse, parametre in spremenljivke ter nadaljnje številčenje dodanih (ne)enačb, so v obeh člankih ravno tako medsebojno usklajeni, da je ob branju možno enostavno povezati vsebine.

Obstoječi sestavni del formulacije modela MINLP vsebuje namensko funkcijo skupnih stroškov projekta, ki se minimizira glede na pogoje posplošenih časovnih povezav med aktivnostmi, trajanjem projekta in logičnimi odnosi med parametri ter spremenljivkami problema planiranja, glej enačbe (1–16) v referenci [Cajzek, 2018]. Namenska funkcija v enačbi (1) vsebuje direktne stroške projektnih aktivnosti, indirektno stroške projekta, stroške pogodbene kazni za zamudo (penale) in pogodbeno nagrado za predčasno dokončanje projekta (bonus). S pogoji posplošenih časovnih povezav v enačbah (2–5) se do-

ločijo zveze med obravnavanimi aktivnostmi in njihovimi neposredno sledečimi aktivnostmi, to so: konec-začetek (Finish-to-Start: FS), začetek-začetek (Start-to-Start: SS), konec-konec (Finish-to-Finish: FF) in začetek-konec (Start-to-Finish: SF). Pri tem so povezave med aktivnostmi sedaj urejene tako, da iste binarne spremenljivke, ki izberejo trajanja aktivnosti, sočasno izberejo tudi pripadajoče časovne zamike po enakem principu, kot je to pozneje opredeljeno v logičnih enačbah (9–10).

Pogojna neenačba (6) zagotavlja, da bodo vse aktivnosti zaključene med trajanjem projekta, medtem ko pogojna enačba (7) definira odnos med trajanjem projekta, trajanjem zamude pri dokončanju projekta, dolžino časovnega prihranka pri predčasnem zaključku projekta in rokom za dokončanje projekta. Enačba (8) upošteva dejstvo, da projekt ne more sočasno zamujati in prehitovati, lahko pa je izveden pravočasno. Logične omejitve v enačbah (9–10) služijo za izbor optimalnih diskretnih rešitev za trajanja aktivnosti. Obstoječi sestavni del formulacije optimizacijskega modela vsebuje še izraze (11–16), ki določajo meje in definicijska območja spremenljivk.

3 DODANI DEL FORMULACIJE OPTIMIZACIJSKEGA MODELA

3.1 Diskretno planiranje aktivnosti projekta

Za usklajeno optimizacijo medsebojno povezanih planskih podatkov po diskretnih enotah delovnega časa, npr. po delovnih dnevih, je treba definirati posebno množico [Klanšek, 2016]. V predlaganem modelu je zato deklarirana množica T , ki določa enote delovnega časa $t, t \in T$. Zatem je vzpostavljen vektor binarnih odločitvenih spremenljivk $\mathbf{yw} = \{yw_{i,t}\}$, ki služi za izbor optimalnih enot delovnega časa za izvedbo aktivnosti $i, i \in I$, tj. določitev enot delovnega časa aktivnosti $W_{i,t}$. Aktivnost $i, i \in I$, se torej planira izvesti v razpoložljivi enoti delovnega časa aw_t , ko dodeljena binarna spremenljivka $yw_{i,t}$ zavzame vrednost 1. Na ta način so binarne spremenljivke $yw_{i,t}$ enake 0 pri vseh razpoložljivih enotah delovnega časa, v katerih se aktivnosti ne bodo izvajale. Enote delovnega časa aktivnosti $W_{i,t}$ so tako opredeljene z naslednjim izrazom:

$$W_{i,t} = yw_{i,t} aw_t \quad i \in I \quad t \in T \quad (17)$$

kjer so razpoložljive enote delovnega časa aw_t generirane v superstrukuro diskretnih alternativ s pomočjo celoštevilskih konstant (npr. $aw_t = 1$ za prvi delovni dan, $aw_t = 2$ za drugega itd.). Neničelne vrednosti $W_{i,t}$ torej podajajo tiste enote delovnega časa, ki so izbrane za izvedbo projektne aktivnosti.

Glede na to, da mora biti število izbranih enot delovnega časa za izvedbo projektne aktivnosti enako njenemu trajanju D_i , predlagani optimizacijski model vsebuje tudi naslednjo zvezo:

$$D_i = \sum_{t \in T} yw_{i,t} \quad i \in I \quad (18)$$

Poleg tega mora biti vsaka izbrana enota delovnega časa $W_{i,t}$ umeščena med začetnim in končnim časom projektne aktivnosti. V ta namen je v modelu definirana naslednja omejitev:

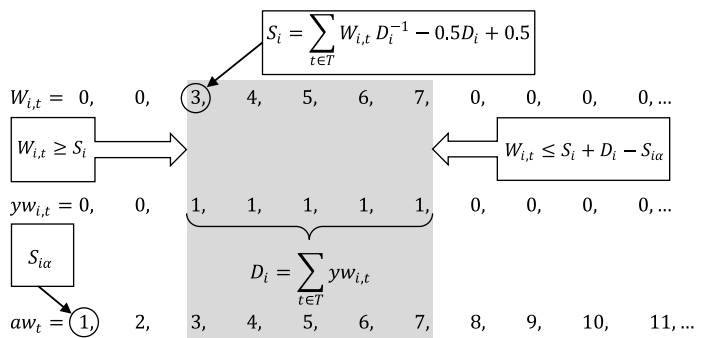
$$S_i \leq W_{i,t} \leq S_i + D_i - S_{i\alpha} \quad i \in I \quad t \in T \quad (19)$$

kjer S_i označuje čas pričetka aktivnosti, indeks $i\alpha$ pa predstavlja začetno aktivnost pri projektu.

Začetek projektne aktivnosti mora sovpadati s prvo enoto delovnega časa, ki ji je dodeljena. To razmerje je opredeljeno z naslednjo enačbo:

$$S_i = \sum_{t \in T} W_{i,t} D_i^{-1} - 0.5 D_i + 0.5 \quad i \in I \quad t \in T \quad (20)$$

Za boljši prikaz skupne interakcije pogojnih (ne)enačb dodeljevanja enot delovnega časa, formuliranih z izrazi (17–20), je na sliki 1 predstavljen primer, ki opisuje razmerja med razpoložljivimi enotami delovnega časa aw_t , dodeljenimi enotami delovnega časa $W_{i,t}$, časi pričetkov aktivnosti S_i , trajanji aktivnosti D_i in binarnimi odločitvenimi spremenljivkami $yw_{i,t}$.



Slika 1. Razmerja med razpoložljivimi enotami delovnega časa, dodeljenimi enotami delovnega časa, časi pričetkov in trajanji aktivnosti ter binarnimi odločitvenimi spremenljivkami.

Enote delovnega časa projekta se ugotovijo s podporo binarnih odločitvenih spremenljivk $\mathbf{yp} = \{yp_t\}$. Razpoložljiva enota delovnega časa aw_t se lahko izbere kot enota delovnega časa projekta samo takrat, ko njej dodeljena binarna spremenljivka yp_t zavzame vrednost 1, pri čemer omenjena enota mora hkrati nastopati v okviru ugotovljenega trajanja projekta DP . To zagotavlja sledeči pogoj, ki je vključen v model:

$$DP \geq yp_t aw_t \quad t \in T \quad (21)$$

Možnosti dokončanja projekta so določene s podmnožico $f, f \in F(t)$. Na osnovi tega je bilo razmerje med ciljnim trajanjem projekta DT in ugotovljenim trajanjem projekta DP formulirano kot:

$$DT - DP = \sum_{f \in F(t)} y_{cf} \delta_f \quad (22)$$

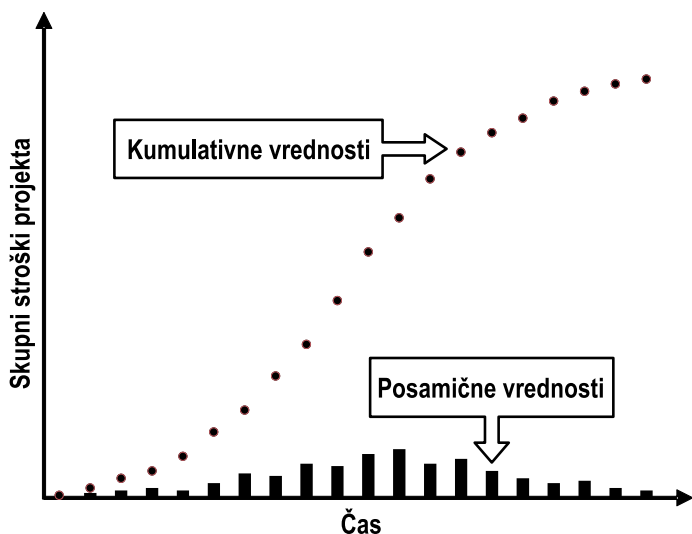
kjer so binarne spremenljivke y_{cf} uporabljene za odločitev o tem, ali je optimalno dokončati projekt zgodaj, pozno ali v predvidenem času, parametri δ_f pa so določeni za opredelitev diskretnih alternativ za obdobja zgodnjega in poznega dokončanja ter predvidenega časa projekta.

Alternativna obdobja zgodnjega zaključka projekta so določena s pozitivnimi celimi števili, medtem ko so variante poznega zaključka projekta določene z negativnimi celimi števili. Možnost izbire pravočasnega zaključka projekta je omogočena z $\delta_f = 0$. Ker se v katerikoli rešitvi lahko izbere le ena od generiranih alternativ zaključka projekta, so binarne spremenljivke y_{cf} dodatno omejene z naslednjim izrazom:

$$\sum_{f \in F(t)} y_{cf} = 1 \quad (23)$$

3.2 Diskretno planiranje stroškov projekta

Gradbene projekte je pogosto treba izvesti pod različnimi stroškovnimi omejitvami, ki jih narekujejo razpoložljiva finančna sredstva. Za operativno planiranje pod takšnimi pogoji je pomembno vzeti v obzir porazdelitev posamičnih in kumulativnih vrednosti skupnih stroškov po enotah delovnega časa projekta, glej sliko 2.



Slika 2. Porazdelitev posamičnih in kumulativnih vrednostih skupnih stroškov projekta.

Ob predpostavki enakomerne porazdelitve stroškov na nivoju aktivnosti in tudi na ravni projekta kot celote se ugotovljeni skupni stroški projekta razporedijo in dodelijo vsaki enoti delovnega časa z izrazom:

$$TC_t = \sum_{i \in I} y_{w_{i,t}} C_i D_i^{-1} + y_{p_t} [cd_t + \sum_{f \in F(t)} (pd_f - bd_f) yc_f] \quad t \in T \quad (24)$$

kjer so TC_t posamična vrednost skupnega stroška projekta v delovnem času t , $t \in T$; C_i direktni strošek projektne aktivnosti i , $i \in I$; cd_t vrednost indirektnega stroška v delovnem času t , $t \in T$; pd_f in bd_f pogodbeni kazni in bonus na enoto delovnega časa pri varianti zaključka projekta f , $f \in F(t)$.

Zgornji izraz je bil razvit ob predpostavki, ki se običajno uporablja pri praktičnem planiranju gradbenih projektov, tj., da se projektne aktivnosti izvajajo s stalno intenzivnostjo dela. V tem smislu prvi del enačbe (24), tj. $\sum_{i \in I} y_{w_{i,t}} C_i D_i^{-1}$, zajame prispevek direktnih stroškov vseh projektne aktivnosti $i \in I$ pri enoti delovnega časa t , $t \in T$, kjer binarne spremenljivke $y_{w_{i,t}}$ zagotovijo, da je prispevek posamezne aktivnosti dodeljen samo pri enotah delovnega časa aktivnosti (tj. pri $y_{w_{i,t}} = 1$) in da je le-ta enak 0 pri enotah delovnega časa, v katerih se aktivnost ne izvaja (tj. pri $y_{w_{i,t}} = 0$), glej tudi enačbo (17).

Drugi del enačbe (24), tj. $y_{p_t} [cd_t + \sum_{f \in F(t)} (pd_f - bd_f) yc_f]$, zatem zaobjame še planirani prispevek indirektnih stroškov projekta in pogodbeni kazni oz. bonusa pri enoti delovnega časa t , $t \in T$. Tukaj so binarne spremenljivke y_{p_t} izkoriščene za dodelitev prispevkov planiranih indirektnih stroškov in pogodbeni kazni oz. bonusa samo enotam delovnega časa projekta, odločitvene spre-

menljivke yc_f , pa so uporabljene, da se pri tem vzame v obzir izbrani način dokončanja projekta, glej tudi pogoje (21) in (23).

Potem ko so skupni stroški projekta porazdeljeni po enotah delovnega časa, se tudi kumulativne vrednosti skupnih stroškov CTC_t dodelijo enotam delovnega časa t , $t \in T$, z naslednjo enačbo:

$$CTC_t = TC_t + CTC_{t-1} \quad t \in T \quad (25)$$

Ob upoštevanju, da enačbe (24–25) omogočajo planiranje stroškov pri vsaki enoti delovnega časa projekta, planer lahko v optimizacijski model vključi tudi različne časovno odvisne omejitve stroškov.

Primer stroškovnih omejitev, ki lahko nastopijo pri planiranju gradbenega projekta, so časovno odvisne zgornje meje posamičnih vrednosti skupnih stroškov projekta TC_t . V situacijah, ko posamične vrednosti skupnih stroškov pri enotah delovnega časa ne smejo preseči predvidenih najvišjih dovoljenih časovno odvisnih vrednosti TC_t^{max} , je možno znotraj optimizacijskega modela aktivirati naslednjo stroškovno omejitev:

$$TC_t \leq TC_t^{max} \quad t \in T \quad (26)$$

Najvišje dovoljene časovno odvisne posamične vrednosti skupnih stroškov TC_t^{max} se pri praktičnem planiranju gradbenih projektov pogosto fiksirajo s konstantnimi parametri. Vendar se zgornja meja ravno tako lahko določi tudi z uporabo različnih (ne)linearnih izrazov v obliki $TC_t^{max} = f(aw_t)$.

Predlagani optimizacijski model nadalje omogoča planerju, da pri vsaki enoti delovnega časa vzame v obzir tudi omejitve kumulativnih vrednosti skupnih stroškov projekta CTC_t . To lahko stori z naslednjo pogojo neenačbo:

$$CTC_t \leq CTC_t^{max} \quad t \in T \quad (27)$$

kjer CTC_t^{max} predstavlja najvišjo dovoljeno kumulativno vrednost skupnih stroškov projekta pri enoti delovnega časa t , $t \in T$.

V splošnem se lahko izraz CTC_t^{max} definira v linearni ali nelinearni obliki. V primerih, ko so zgornje meje kumulativnih stroškov odvisne od časa, jih je možno vključiti v optimizacijski model kot $CTC_t^{max} = f(aw_t)$. Takrat CTC_t^{max} v bistvu predstavlja nabor vhodnih podatkov, ki med procesom optimizacije ostanejo nespremenjeni. Po drugi strani, ko so omejitve kumulativnih vrednosti skupnih stroškov projekta odvisne od časov dokončanja nekaterih določenih ključnih aktivnosti, jih je možno opredeliti z $y_{w_{i,t}}$ $CTC_t \leq CTC_t^{max}$. Na ta način lahko zgornjo mejo CTC_t^{max} usmerjajo vrednosti tistih binarnih spremenljivk $y_{w_{i,t}}$, ki so bile uporabljene za izbiro enot delovnega časa za ključne aktivnosti. Skladno s tem je omejitev, definirana z enačbo (27), aktivirana za ključno aktivnost i , $i \in I$, v enoti delovnega časa t , $t \in T$, če je dodeljena binarna spremenljivka $y_{w_{i,t}}$ enaka 1, medtem ko je le-ta deaktivirana, kadar so binarne spremenljivke $y_{w_{i,t}}$ enake na 0 pri enotah delovnega časa, v katerih se aktivnost ne izvaja.

4 PRIMER

V tem poglavju se v bistvu nadaljuje primer iz članka [Cajzek, 2018] z namenom prikazati karakteristike predlaganega modela MINLP, ki so bile pridobljene z dodanim delom

formulacije iz poglavja 3. Spomnimo, primer obravnava projekt nadgradnje obstoječe dvopasovne hitre ceste v štiripasovno avtocesto z nadzorovanimi prometnimi priključki iz reference [Sakellariopoulos, 2004]. Diskretna optimizacija planov za navedeni projekt je bila izvedena z osebnim računalnikom na 64-bitnem operacijskem sistemu s procesorjem Intel(R) Xeon(R) W-2255, 3,70 GHz, s 64 GB delovnega pomnilnika in trdim diskom SSD velikosti 512 GB, rezultati pa so bili pridobljeni približno v 20 sekundah. Modeliranje optimizacijskega problema je bilo opravljeno brez dodatnih rutin s pomočjo naprednega algebrskega jezika General Algebraic Modelling System [GAMS, 2022], za izvedbo MINLP-optimizacije pa je bila uporabljena metoda vejiranja in reduciranja [Ryoo, 1996] preko računalniškega algoritma BARON [Khajavirad, 2018].

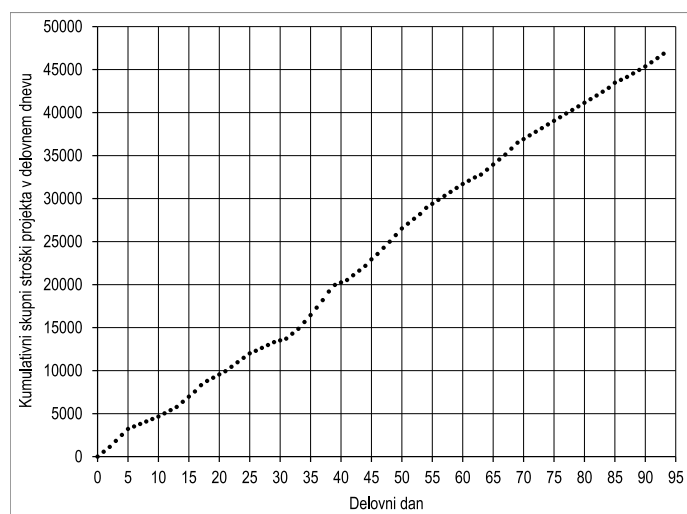
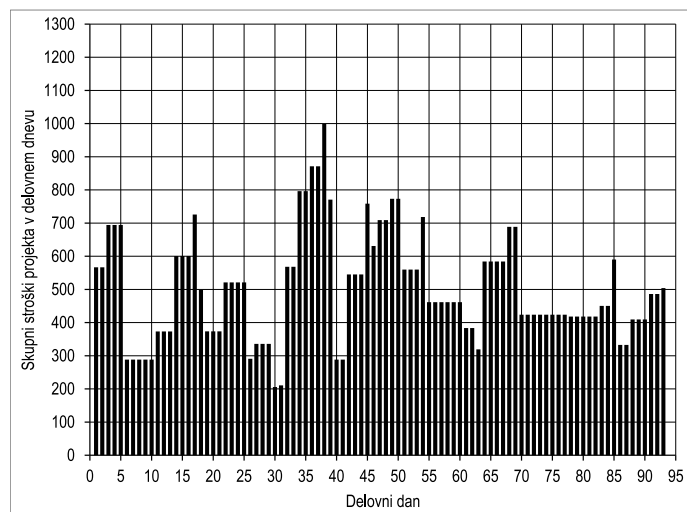
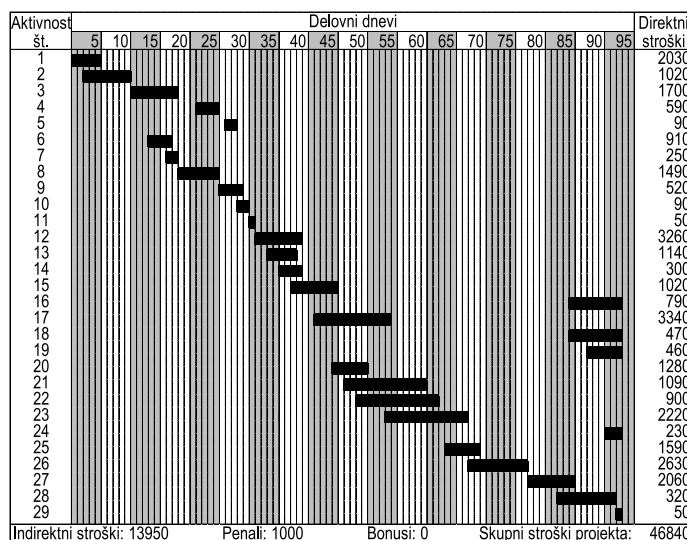
4.1 Vhodni podatki in izhodiščna rešitev za optimizacijo

Vhodni podatki in izhodiščna rešitev terminskega plana za obravnavani projekt so podrobno predstavljeni v članku [Cajzek, 2018]. Iz navedene reference je tako možno razbrati naslednje vhodne podatke: aktivnosti projekta; časovne povezave in zamike; rok za dokončanje projekta; indirektni stroške; pogodbeno kazen in nagrado; možnosti izvedbe aktivnosti s pripadajočimi trajanji in direktnimi stroški. Izhodiščno rešitev za optimizacijo določajo gantogram začetnega terminskega plana iz reference [Cajzek, 2018] in pripadajoči histogram ter S-krivulja skupnih stroškov projekta, glej sliko 3.

Izhodiščna rešitev za optimizacijo je opredeljena tako, da so projektne aktivnosti nastavljene v normalna trajanja ob minimalnih direktnih stroških in popolni izrabi časovnih rezerv. Ob aktiviranju stroškovnih omejitev se pri optimizaciji plana pričakujejo tako premiki aktivnosti v območju, ki ga določajo meje na spremenljivkah S_i (optimizacija trajanja projekta preko pospeševanja kritičnih aktivnosti) kakor tudi premiki nekritičnih aktivnosti v okviru časovnih rezerv (optimizacija plana pri enako dolgem trajanju projekta s premiki nekritičnih aktivnosti), in je zato primerno v model vključiti celotno dopustno območje spremenljivk S_i . Nekritične aktivnosti zaradi popolne izrabe časovnih rezerv zavzamejo v gantogramu najbolj desne položaje, ki so možni. Po izhodiščnem terminskem planu bi projekt trajal 93 dni, skupni stroški izvedbe aktivnosti pa bi znašali 46.840 denarnih enot, glej gantogram in S-krivuljo na sliki 3. Indirektni stroški projekta bi obsegali 13.950 denarnih enot, dodatno pa bi bila zajeta tudi najvišja možna pogodbeno kazen 1000 denarnih enot zaradi 18 dnevne prekoračitve roka. Najvišja posamična vrednost skupnih stroškov projekta bi nastopila 38 delovni dan, znašala pa bi 998,75 denarne enote, glej histogram na sliki 3.

4.2 Optimizacija planskih podatkov

Za boljše predstavitev delovanja predlaganega modela MINLP bo najprej obravnavana optimizacija planskih podatkov brez omejitev skupnih stroškov projekta z upoštevanjem najzgodnejših časov pričetkov aktivnosti. Optimizacija planskih



Slika 3. Gantogram začetnega terminskega plana in pripadajoči histogram ter S-krivulja skupnih stroškov projekta.

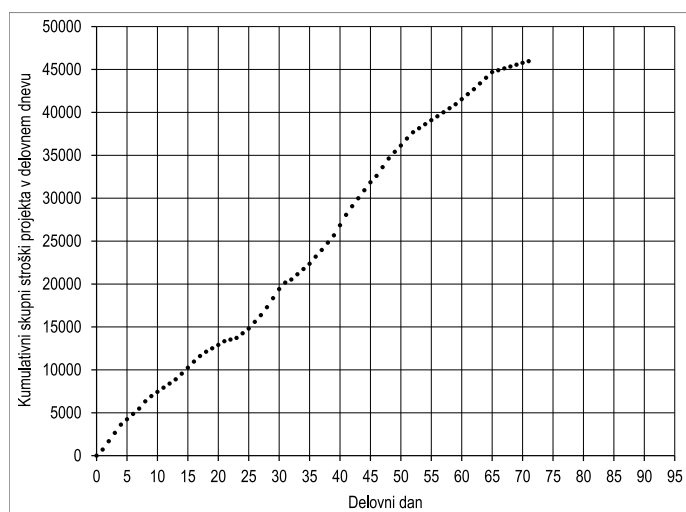
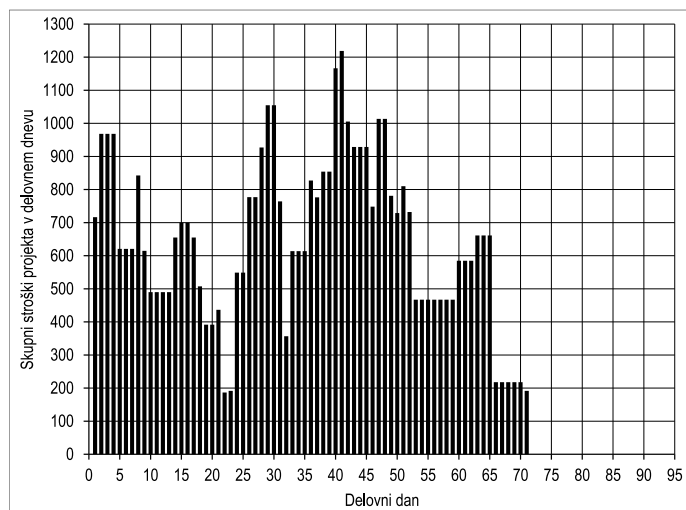
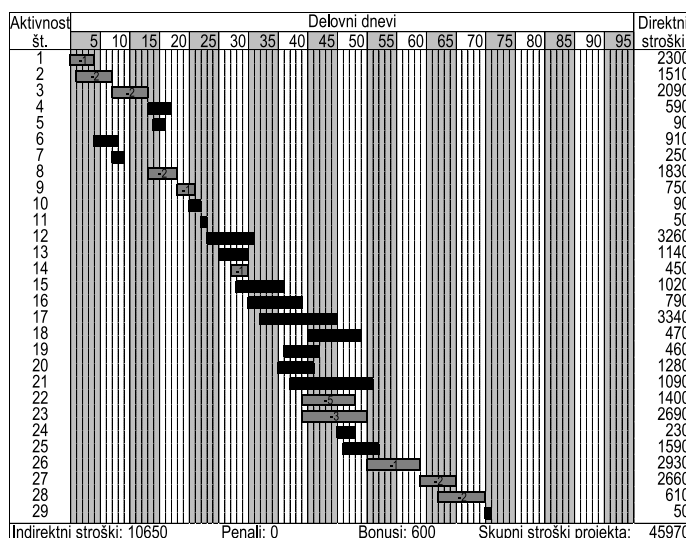
podatkov ob takšnih pogojih je skladno s pričakovanji podala povsem enako rešitev za optimalni terminski plan, kot je bila predstavljena v članku [Cajzek, 2018], s to razliko, da nadgrajeni MINLP-model tukaj dodatno sporoča še optimalne posamične in kumulativne vrednosti minimalnih skupnih stroškov projekta, glej sliko 4.

Pridobljena optimalna rešitev za terminski plan izkazuje minimalno vrednost skupnih stroškov v višini 45.970 denarnih enot s trajanjem izvedbe projekta, ki znaša 71 dni. Indirektni stroški pri takšnem terminskem planu znašajo 10.650 denarnih enot, dodatno pa je predviden bonus v višini 600 denarnih enot za dokončanje projekta 4 dni pred postavljenim rokom. Bonus je vključen v vrednost 45.970 denarnih enot. Z optimizacijo so bile pospešene naslednje kritične aktivnosti: aktivnost 1 (-1 dan), aktivnost 2 (-2 dni), aktivnost 3 (-2 dni), aktivnost 8 (-2 dni), aktivnost 9 (-1 dan), aktivnost 14 (-1 dan), aktivnost 22 (-5 dni), aktivnost 23 (-3 dni), aktivnost 26 (-1 dan), aktivnost 27 (-2 dni) in aktivnost 28 (-2 dni), glej sivo obarvane aktivnosti v gantogramu na sliki 4. Za ostale aktivnosti projekta je bila planirana optimalna izvedba pri normalnem trajanju.

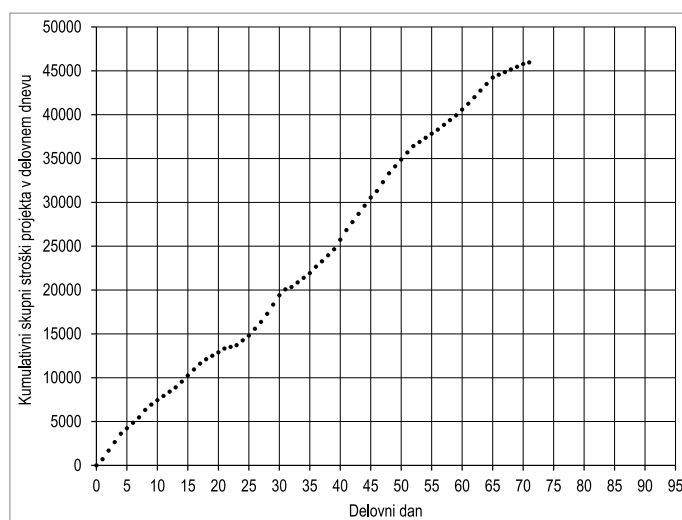
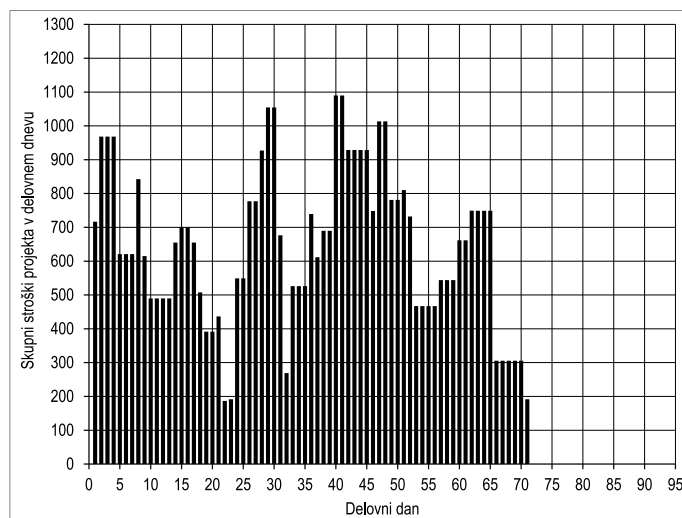
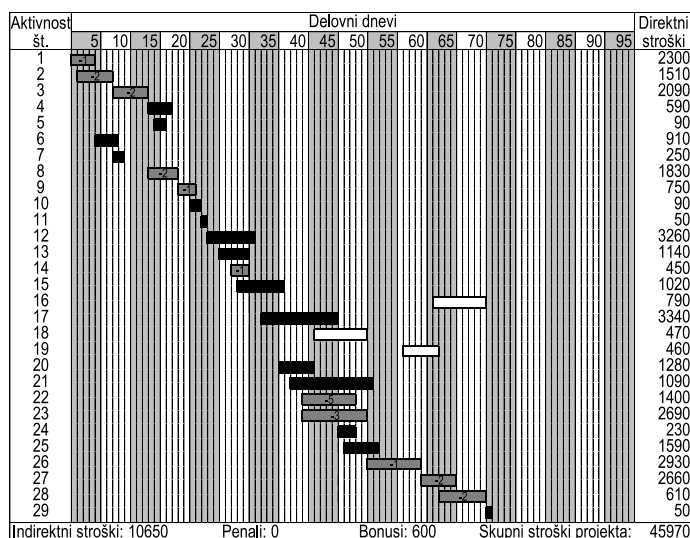
V nadaljevanju je obravnavana optimizacija planskih podatkov z omejitvami na posamičnih in kumulativnih vrednostih skupnih stroškov projekta. Namen primera je vzeti v obzir razmere, ko pogodbeno dogovorjena dinamika plačil narekuje omejitve stroškov med izvedbo projekta tako s stališča prirastkov kakor tudi z vidika skupnega obsega. Za potrebe primera so postavljene naslednje omejitve, ki morajo biti izpolnjene: (i) posamične vrednosti skupnih stroškov projekta ne smejo preseči 1100 denarnih enot; (ii) kumulativna vrednost skupnih stroškov projekta na 31 delovni dan ne sme preseči 20.100 denarnih enot in (iii) kumulativna vrednost skupnih stroškov projekta na 61 delovni dan ne sme preseči 41.400 denarnih enot. Iz histograma na sliki 4 je razvidno, da so posamične vrednosti skupnih stroškov projekta trenutno presežene na 40. in 41. delovni dan ter znašajo 1.166,43 in 1.218,65 denarne enote. S-krivulja na sliki 4 ravno tako kaže, da sta kumulativni vrednosti skupnih stroškov projekta na 31. in 61. delovni dan trenutno preseženi ter znašata 20.168,31 in 42.121,17 denarne enote.

Po aktivaciji omejitev na posamičnih in kumulativnih vrednostih skupnih stroškov projekta ter ponovni izvedbi optimizacije je bila pridobljena optimalna rešitev, ki je prikazana na sliki 5.

Slika 5 kaže, da je optimalna rešitev zopet bila najdena pri minimalni vrednosti skupnih stroškov v višini 45.970 denarnih enot ob izvedbi projekta, ki traja 71 dni. Vendar omenjena slika ravno tako kaže, da je optimalna rešitev bila pridobljena ob izpolnitvi postavljenih omejitev na posamičnih in kumulativnih vrednostih skupnih stroškov projekta. Iz histograma je namreč razvidno, da najvišji posamični skupni stroški projekta dosežejo 1.089,76 denarne enote in nastopijo 40. ter 41. delovni dan. Pri tem S-krivulja kaže, da kumulativna vrednost skupnih stroškov projekta na 31. delovni dan znaša 20.080,53 denarne enote, medtem ko le-ta na 61. delovni dan obsega 41.254,51 denarne enote.



Slika 4. Gantogram optimalnega terminskega plana in pripadajoči histogram ter S-krivulja minimalnih skupnih stroškov projekta brez omejitev.



Slika 5. Gantogram optimalnega terminskega plana in pripadajoči histogram ter S-krivulja minimalnih skupnih stroškov projekta z omejitvami.

Iz optimalnega terminskega plana je možno razbrati, da so postavljene omejitve bile izpolnjene z zamikom nekritičnih aktivnosti, glej potek belo obarvanih aktivnosti v gantogramu na sliki 5. Pričetek nekritične aktivnosti 16 je tako sedaj namesto na 31. delovni dan planiran na 62. delovni dan. Pri nekritični aktivnosti 18 njen pričetek ni več določen na 41. delovni dan, ampak na 42. delovni dan. Izvedba nekritične aktivnosti 19 je prav tako predvidena v poznejšem terminu, tj., njen začetek se je zamaknil s 37. na 57. delovni dan projekta. Nespremenjena vrednost minimalnih skupnih stroškov in enako trajanje projekta kažeta, da je optimalna rešitev bila določena le s premikom nekritičnih aktivnosti na poznejše termine v okviru razpoložljivih časovnih rezerv. Premik začetkov nekritičnih aktivnosti na desno nakazuje na dejstvo, da je potrebno v območje možnih rešitev vključiti pozne lege aktivnosti sicer se ob aktiviranju omejitev na posamičnih in kumulativnih vrednostih skupnih stroškov projekta lahko optimalna rešitev znajde izven dopustnega območja. Zato je priporočljivo tudi optimizacijo pričeti z izhodiščnim planom, kjer so aktivnosti pri normalnem trajanju postavljene v poznih legah.

5 SKLEP

Članek je predstavil diskretno optimizacijo planov gradbenih projektov pod omejenimi stroški z MINLP. Model MINLP je obsegal stroškovno namensko funkcijo, ki jo je bilo treba minimizirati, in pogoje (ne)enačbe posplošenih časovnih povezav, trajanje projekta, logične odnose ter omejene stroške. Metodološki del članka je bil osredotočen na modelno formulacijo MINLP z vidika optimalnega sočasnega planiranja aktivnosti in skupnih stroškov projekta na nivoju diskretno določenih enot delovnega časa. Za optimalno diskretno planiranje aktivnosti projekta so bila predstavljena razmerja med razpoložljivimi enotami delovnega časa, dodeljenimi enotami delovnega časa, časi pričetkov in trajanji aktivnosti ter binarnimi odločitvenimi spremenljivkami. Pri obravnavi optimalnega diskretnega planiranja skupnih stroškov projekta je bil fokus postavljen na njihovo razporeditev in dodelitev vsaki enoti delovnega časa ter formulacijo omejitev. V članku je bil podan primer uporabe z namenom prikaza prednosti predlaganega modela.

MINLP omogoča obravnavanje nelinearnosti v optimizacijskem modelu kakor tudi zveznih in celoštevilskih spremenljivk, kar predstavlja splošno prednost tega pristopa. Predlagani model MINLP tako dovoljuje vnos raznovrstnih nelinearnih izrazov, kakor tudi zagotavlja eksaktne optimalne planske podatke za vodenje gradbenega projekta v obliki gantograma, histograma in S-krivulje skupnih stroškov. Uporabnik lahko s podanim modelom izvede optimalno planiranje aktivnosti sočasno z (ne)linearno omejenimi skupnimi stroški projekta za vsako diskretno enoto delovnega časa. Hkrati se je možno spoprijeti s časovno odvisnimi omejitvami na posamičnih in kumulativnih vrednostih skupnih stroškov projekta. Na koncu je pomembno poudariti, da eksaktnost predlaganega modela kakor tudi njegovih vhodnih in izhodnih podatkov omogoča nadaljnjo obravnavo rezultatov optimizacije s konvencionalno programsko opremo za operativno planiranje.

6 ZAHVALA

Raziskovalni program št. P2-0129 je sofinancirala Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz državnega proračuna.

7 LITERATURA

Al Haj, R. and El-Sayegh, S., Time-cost optimization model considering float-consumption impact, *Journal of Construction Engineering and Management*, 141(5), 2015.

Cajzek, R., Klanšek, U. Stroškovno optimalno terminsko planiranje gradbenih projektov z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem, *Gradbeni Vestnik*, 67(9), 185–193, 2018.

Cheng, Y. M., Yu, C. H., Wang, H. T., Short-interval dynamic forecasting for actual S-curve in the construction phase, *Journal of Construction Engineering and Management*, 137(11), 933–941, 2011.

Dasović, B., Klanšek, U., Integration of mixed-integer nonlinear program and project management tool to support sustainable cost-optimal construction scheduling, *Sustainability*, 13(21), 1–20, 2021.

De, P., Dunne, E. J., Ghosh, J. B., Wells, C. E., The discrete time-cost tradeoff problem revisited, *European Journal of Operational Research*, 81(2), 225–238, 1995.

Demeulemeester, E., De Reyck, B., Foubert, B., Herroelen, W., Vanhoucke, M., New computational results on the discrete time/cost trade-off problem in project networks, *Journal of the Operational Research Society*, 49(11), 1153–1163, 1998.

Fulkerson, D., A network flow computation for project cost curves, *Management Science*, 7(2), 167–178, 1961.

GAMS, General Algebraic Modelling System, GAMS Development Corporation, dostopno na spletu: <https://www.gams.com>, 2022.

Hazir, Ö., Haouari, M., Erel, E., Robust scheduling and robustness measures for the discrete time/cost trade-off problem, *European Journal of Operational Research*, 207(2), 633–643, 2010.

Khajavirad, A., Sahinidis, N. V., A hybrid LP/NLP paradigm for global optimization relaxations, *Mathematical Programming Computation*, 10(3), 383–421, 2018.

Klanšek, U., Pšunder, M., Cost optimization of time schedules for project management, *Ekonomika Istraživanja*, 23(4), 22–36, 2010.

Klanšek, U., Pšunder, M., MINLP optimization model for the nonlinear discrete time-cost trade-off problem, *Advances in Engineering Software*, 48, 6–16, 2012.

Klanšek, U., Mixed-integer nonlinear programming model for nonlinear discrete optimization of project schedules under re-

stricted costs, *Journal of Construction Engineering and Management*, 142(3), 2016.

Manesi, W., Golzarpoor, B., Hegazy, T., Fast and near-optimum schedule optimization for large-scale projects, *Journal of Construction Engineering and Management*, 139(9), 1117–1124, 2013.

Moussourakis, J., Haksever, C., Flexible model for time/cost tradeoff problem, *Journal of Construction Engineering and Management*, 130(3), 307–314, 2004.

Ryoo, H. S., Sahinidis, N. V., Branch-and-reduce approach to global optimization, *Journal of Global Optimization*, 8(2), 107–138, 1996.

Sakellariopoulos, S., Chassiakos, A. P., Project time-cost analysis under generalised precedence relations, *Advances in Engineering Software*, 35(10–11), 715–724, 2004.

Vanhoucke, M., New computational results for the discrete time/cost trade-off problem with time-switch constraints, *European Journal of Operational Research*, 165(2), 359–374, 2005.